

AP 2000 A II

BE	1.0	Gegeben ist die reelle Funktion $f: x \mapsto 2x - 2x \cdot e^{1-x^2}$ mit $x \in \mathbb{R}$ .
6	1.1	Untersuchen Sie das Symmetrieverhalten des Graphen der Funktion $f$ , und bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion $f$ .
5	1.2	Zeigen Sie, dass gilt $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x \cdot e^{1-x^2}) = 0$ und bestimmen Sie damit die Gleichung der Asymptote des Graphen der Funktion $f$ .
4	1.3	Bestimmen Sie die erste und die zweite Ableitung der Funktion $f$ . (Mögliches Teilergebnis: $f''(x) = 4x \cdot (3 - 2x^2) \cdot e^{1-x^2}$ )
8	1.4	Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten des Graphen der Funktion $f$ , und geben Sie die Koordinaten seiner Wendepunkte an.
4	1.5	Zeigen Sie, dass die Ableitungsfunktion $f'$ im Intervall $[0; 1]$ genau eine Nullstelle besitzt.
5	1.6	Ermitteln Sie für die Nullstelle aus Teilaufgabe 1.5 einen Näherungswert mit Hilfe des Newton-Verfahrens. Verwenden Sie als Startwert $x_0 = 0,3$ , führen Sie zwei Näherungsschritte durch und runden Sie das Ergebnis auf zwei Nachkommastellen.
4	1.7	Die Ableitungsfunktion $f'$ besitzt genau zwei Nullstellen (Nachweis nicht erforderlich). Bestimmen Sie mit Hilfe dieser Information und unter Verwendung bereits vorliegender Ergebnisse die relativen Extrema der Funktion $f$ . Geben Sie die Koordinaten der dazugehörigen Punkte auf zwei Nachkommastellen gerundet an.
6	1.8	Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $f$ mit Hilfe aller bisherigen Ergebnisse in ein kartesisches Koordinatensystem im Bereich $-2 \leq x \leq 2$ . Berechnen Sie für die Zeichnung zusätzlich den Funktionswert $f(2)$ , und tragen Sie auch die Asymptote des Graphen der Funktion $f$ ein. Verwenden Sie für die Zeichnung eine eigene Seite mit dem Koordinatenursprung in der Seitenmitte und den Maßstab $1LE = 2cm$ .
7	1.9	Der Graph der Funktion $f$ , seine Asymptote und die Gerade mit der Gleichung $x = 1$ begrenzen ein endliches Flächenstück. Kennzeichnen Sie dieses Flächenstück in der Zeichnung von Teilaufgabe 1.8 und berechnen Sie seine Flächenmaßzahl. Hinweis: Verwenden Sie zur Integration die erste Ableitungsfunktion der Funktion $g: x \mapsto e^{1-x^2}; x \in \mathbb{R}$ .